

## BALISTICA INTERNA DELL'ARCO

Alcune considerazioni teoriche su ciò che succede al momento dello sgancio

**di Mario e Riccardo Ostdich**

( Testo pubblicato sulla rivista ARCIERI, nel 1991, e aggiornato nel 2008 )

Il volo delle frecce é un problema da analizzare nell'ambito delle tre componenti tradizionalmente previste dalla balistica:

- **balistica interna**, che riguarda la fase del lancio
- **balistica esterna**, che tratta gli elementi della traiettoria
- **balistica terminale**, che studia la penetrazione nel bersaglio.

Le note raccolte in queste pagine, si propongono d'affrontare le questioni della balistica interna dell'arco, utilizzando semplici concetti di fisica e geometria allo scopo di descrivere, con sufficiente approssimazione, gli elementi che determinano la velocità e la direzione della freccia nell'istante in cui esce dall'arco.

Nel valutare tale grado di approssimazione si deve tener conto che i calcoli balistici dell'arco, così come quelli delle armi da fuoco, fanno frequente ricorso a coefficienti definiti in base a rilievi sperimentali. A causa di questo approccio eminentemente empirico, i simboli, le definizioni e le relazioni della balistica non hanno una rigorosa sistematicità. Può quindi accadere che alcuni concetti, non trovino sempre corrispondenze univoche confrontando studi e prontuari di diversa provenienza. Un'ulteriore motivo di disorientamento deriva dall'uso frequente di unità di misura non coerenti.

Per quanto riguarda i criteri adottati per la stesura di questo testo, va quindi segnalato che le formule sono state definite in coerenza con le unità di misura (metro, Kg-massa, secondo, newton, ecc.) stabilite dal **Sistema Internazionale**, eliminando così la necessità di far ricorso a fastidiose costanti di conversione. Ciò comporta che, nei calcoli, il carico di trazione tradizionalmente espresso in libbre, sia convertito in newton in ragione di 4,45N per 1lb.

Per l'articolazione dei concetti relativi al calcolo della velocità delle frecce è stata seguita l'impostazione suggerita da **Norb Mullaney** nei suoi numerosi articoli pubblicati dalla rivista statunitense ARCHERY WORLD.

### L'ENERGIA ACCUMULATA DALL'ARCO

Inevitabile punto di avvio di ogni studio sulle forze che agiscono nell'arco, è il cosiddetto **diagramma di trazione**, che viene tracciato rilevando con un dinamometro i valori di carico necessari per tendere l'arco alle varie misure d'allungo.

La Fig.1 mostra le due forme tipiche di questo diagramma. La prima è quella di un arco di tipo **tradizionale** (cioè ricurvo o longbow). La seconda è quella che caratterizza gli archi **compound**. L'allungo è misurato tra il punto d'incocco sulla corda e il punto della freccia sovrastante il perno della impugnatura, seguendo il criterio ATA per cui l'altezza della corda coincide con l'allungo ad inizio trazione.

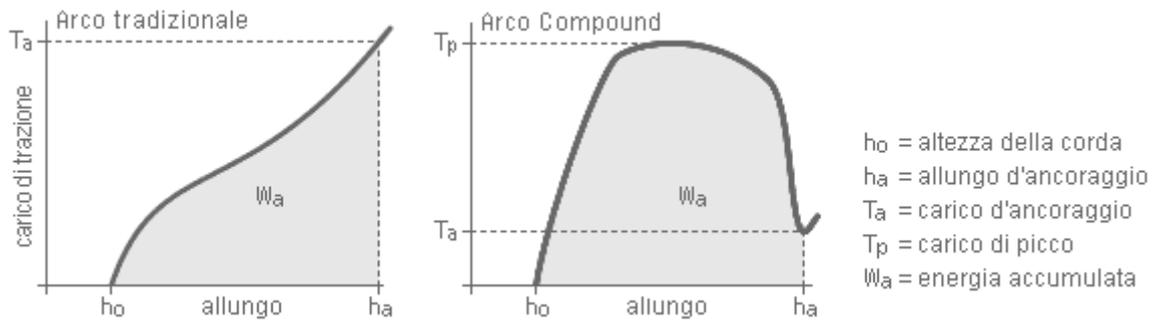


Fig.1 - Diagrammi di trazione di un arco tradizionale e di un compound

Oltre a fornire informazioni essenziali per la corretta messa a punto dell'arco, il diagramma di carico consente di calcolare l'**energia accumulata  $W_a$** , la cui entità è uguale al lavoro compiuto dall'arciere e corrisponde all'integrale allungo-carico rappresentato dall'area tratteggiata nelle figure.

Il modo più semplice di eseguire il calcolo è quello di rilevare i valori di carico corrispondenti a misure d'allungo progressivamente incrementate di un valore costante (p.e. 20 mm) e quindi elaborare i dati così raccolti con la seguente formula:

$$(1a) \quad W_a = \sum (\delta \cdot T_n) = \delta \cdot (T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_a)$$

dove:

$W_a$  = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (J)

$\delta$  = incremento dell'allungo (m)

$T_n$  = valori progressivi del carico di trazione (N)

Per fare un calcolo più accurato si può tenere conto di quanto risulta dalla Fig.3. Ogni incremento d'allungo  $\delta$  dovrebbe essere moltiplicato per un carico che sia intermedio tra  $T_n$  e  $T_{n+1}$ .

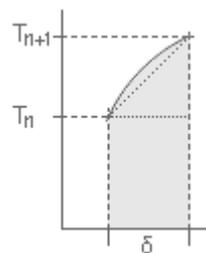


Fig.2 - Criterio di calcolo più accurato

Con quest'ultimo criterio la formula (1a) diventa:

$$(1b) \quad W_a = \sum (\delta \cdot (T_n + T_{n+1}) / 2)$$

## IL RAPPORTO ENERGIA/CARICO

Poiché il grado di affaticamento percepito dall'arciere è determinato soprattutto dal carico che egli deve esercitare, si considera che un arco sia tanto migliore quanto maggiore è il suo rapporto tra l'energia accumulata e il carico massimo esercitato. Questo indice, chiamato in inglese "SE/PDF ratio", viene normalmente così definito:

$$(2a) \quad Y = W_a / T_a \quad \text{per archi tradizionali}$$

$$(2b) \quad Y = W_a / T_p \quad \text{per archi compound}$$

dove:

$Y$  = rapporto energia/carico (J/N)

$W_a$  = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (J)

$T_a$  = carico d'ancoraggio (N)

$T_p$  = carico di picco (N)

I valori tipici di  $Y$  riscontrabili per le varie categorie di arco, sono quelli qui di seguito elencati. Confrontando i due diagrammi della Fig.1 è facile comprendere perché i compound, a parità di carico, accumulano una maggiore quantità d'energia.

$Y = 0,25$  J/N per archi longbow

$Y = 0,28$  J/N per archi ricurvi

$Y = 0,35$  J/N per archi compound a eccentrici

$Y = 0,37$  J/N per archi compound a leve

$Y = 0,38$  J/N per archi compound a camme degli anni '90

$Y = 0,42$  J/N per archi compound a camme di nuova generazione

La determinazione dell'energia accumulata, che è il primo problema della balistica interna di un arco, può quindi essere effettuata in modo accurato elaborando i dati forniti dalla curva di carico, oppure in modo approssimato moltiplicando il carico massimo per il valore  $Y$  corrispondente al tipo di arco in questione. E' opportuno constatare che, a parità di libbraggio, un arco longbow accumula una quantità d'energia che è poco più della metà di quella accumulata da un buon compound.

## RENDIMENTO E MASSA VIRTUALE

Il secondo problema riguarda la misura con cui l'energia accumulata dall'arco viene trasferita alla freccia in termini di energia cinetica. Conoscendo la massa della freccia e la sua velocità, la misura dell'energia cinetica è espressa dalla formula:

$$(3a) \quad W_f = m_f \cdot V^2 / 2$$

dove:

$W_f$  = energia cinetica della freccia (J)

$m_f$  = massa della freccia (kg)

$V$  = velocità della freccia (m/s)

di conseguenza, la velocità è calcolabile conoscendo l'energia cinetica e la massa della freccia:

$$(3b) \quad V = (2 W_f / m_f)^{1/2}$$

Si può quindi approssimativamente affermare che, per uno stesso arco, la velocità di una freccia è tanto maggiore quanto minore è la radice quadrata della sua massa  $M_f$ . Si deve però tener conto del fatto che non tutta l'energia accumulata dall'arco viene trasferita alla freccia. Infatti una parte di questa energia è dispersa dal movimento dei flettenti, della corda e di altre componenti dell'arco. Questa particolarità di un arco viene normalmente espressa come misura del suo **rendimento**:

$$(4) \quad N = 100 \cdot W_f / W_a$$

dove:

$N$  = rendimento (%)

$W_f$  = energia cinetica della freccia (J)

$W_a$  = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (J)

Tuttavia questo rendimento non dipende solo dalla qualità dell'arco ma anche dalla freccia usata. Infatti, effettuando misure di velocità con frecce di massa differente, scagliate da uno stesso arco, si rileva che il rendimento non è costante, ma tende a migliorare aumentando la massa della freccia.

Per spiegare le ragioni di questa variabilità possiamo dire che avvenga come se l'arciere tirasse contemporaneamente due frecce. La prima è la freccia reale, che può essere più o meno leggera in funzione delle scelte dell'arciere. La seconda, la freccia ipotetica, rappresenta le inerzie interne dell'arco che disperdono tanta più energia quanto maggiore è la sua velocità d'azionamento. In questo senso si parla di **massa virtuale dell'arco**. E' intuitivo che la ripartizione dell'energia accumulata avvenga in funzione del rapporto tra le masse. Infatti, in assenza di freccia reale, tutta l'energia accumulata sarebbe dispersa dalla massa virtuale dell'arco.

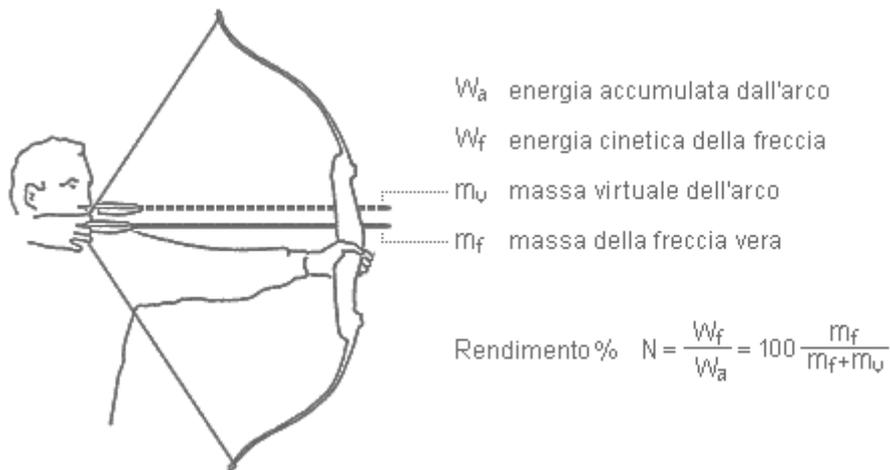


Fig.3 - Significato della "massa virtuale" nella valutazione del rendimento

Se invece la freccia reale è molto pesante, l'arco la scaglierebbe ad una velocità più bassa, muovendo i flettenti e la corda più lentamente, con il risultato di disperdere meno energia.

Questo approccio al problema del rendimento può essere criticato per il fatto di non tenere conto delle perdite di energia dovute agli attriti interni dell'arco che non dipendono dalla velocità della freccia. Questo fenomeno, detto **isteresi**, è la causa delle differenze di carico che il dinamometro registra per uno stesso allungo, secondo che la posizione venga raggiunta aumentando oppure diminuendo la trazione. Le perdite per attrito misurate in condizioni statiche, sono irrilevanti per gli archi tradizionali ma nei compound superano anche il 6 %.

Tuttavia è ragionevole ritenere che non comportino una uguale perdita dell'energia destinata alla freccia, perché in condizioni dinamiche la loro entità risulta notevolmente ridotta.

Conoscendo l'energia accumulata dall'arco  $W_a$  e l'energia cinetica della freccia  $W_f$ , il valore della massa virtuale può essere calcolata con questa formula:

$$(5a) \quad m_v = m_f \cdot (W_a - W_f) / W_f$$

da cui

$$(5b) \quad W_f = W_a \cdot m_f / (m_v + m_f)$$

e quindi il rendimento  $N$ , determinato dalla (4), può essere espresso anche così:

$$(6) \quad N = 100 \cdot m_f / (m_v + m_f)$$

dove:

N = rendimento (%)

$m_v$  = massa virtuale (kg)

$m_f$  = massa della freccia (kg)

$W_a$  = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (J)

$W_f$  = energia cinetica della freccia (J)

I valori tipici della massa virtuale e del rendimento, riscontrabili per le varie categorie di arco sono i seguenti:

$m_v = 20 \text{ g}$	N = 50~64 %	per archi longbow
$m_v = 13 \text{ g}$	N = 61~73 %	per archi ricurvi
$m_v = 10 \text{ g}$	N = 67~78 %	per archi compound a eccentrici
$m_v = 9 \text{ g}$	N = 69~80 %	per archi compound a leve
$m_v = 10 \text{ g}$	N = 67~78 %	per archi compound a camme degli anni '90
$m_v = 7 \text{ g}$	N = 74~83 %	per archi compound a camme di nuova generazione

## LA VELOCITA' DELLA FRECCIA

La formula seguente, che riassume le (2a,b), (3b) e (5b), descrive il modo e la misura con cui i diversi fattori concorrono alla determinazione della velocità iniziale della freccia:

$$(8) \quad V_o = [2 \cdot T \cdot N / (m_v + m_f)]^{1/2}$$

Per dare a questa formula un significato concreto si può evidenziare che in condizioni medie la velocità iniziale della freccia  $V_o$  aumenta del:

5%	se il carico d'ancoraggio (o picco per i compound)	<b>T</b>	aumenta del 10%.
5%	se il rapporto energia/carico	<b>N</b>	aumenta del 10%.
1%	se la massa virtuale che disperde energia	$m_v$	diminuisce del 10%.
4%	se la massa della freccia	$m_f$	diminuisce del 10%.

Utilizzando i valori standard di **N** e di  $m_v$  precedentemente riportati, si può compilare la seguente tabella che fornisce, per i vari tipi di arco, la **velocità iniziale** in funzione della massa della freccia e del libbraggio dell'arco.

VELOCITA' in m/s PER FRECCIE CON MASSA 20-25-30-35 grammi

	archi longbow	archi ricurvi	compound eccentrici	compound leve	compound camme '90	compound camme oggi
40 #	47-44-42-40	55-51-48-46	64-60-56-53	67-62-58-55	67-62-58-55	74-68-64-60
45 #	50-47-45-43	58-54-51-48	68-63-59-56	71-66-62-58	71-66-62-58	79-73-67-63
50 #	53-50-47-45	61-57-54-51	72-67-62-59	75-70-65-61	75-70-65-61	83-76-71-67
55 #	55-52-49-47	64-60-56-53	76-70-65-62	79-73-68-64	79-73-68-64	87-80-75-70
60 #	58-54-52-49	67-63-59-56	79-73-68-64	83-76-71-67	82-76-71-67	91-84-78-73

Questa tabella fornisce una sintesi di dati pratici concludendo la serie di formule teoriche presentate nel testo. I valori in essa contenuti hanno ovviamente solo un valore indicativo, tuttavia possono costituire un standard di riferimento per valutare le prestazioni di un arco in termini di velocità della freccia. Per fare un esempio: un arco ricurvo da 50 libbre dovrebbe essere in grado di scagliare una freccia da 30 grammi ad una velocità iniziale di circa 54m/s, pari a 195km/h.

## LA FLESSIBILITA' DELLA FRECCIA

E' opportuno segnalare che la rilevazione delle velocità non fornisce dati coerenti quando si trascura di utilizzare frecce che abbiano massa e flessibilità adeguata all'arco che si sta utilizzando. Infatti, le frecce non idonee causano urti e frizioni che alterano i risultati. La lunghezza, il materiale, la dimensione dell'asta e la massa della punta devono quindi essere proporzionati all'accelerazione che la freccia subisce al momento dello sgancio.

Abbiamo visto che una freccia più leggera parte più veloce, ma se è troppo leggera disperde energia e danneggia l'arco. In molti casi, è lo stesso costruttore dell'arco che pone limiti, perlopiù espressi in termini di rapporto tra massa della freccia e libbraggio dell'arco. Sono limiti che variano in funzione della qualità e del tipo di arco, ma non sono distanti dai 5 grammi per ogni dieci libbre dell'arco. In condizioni normali, le frecce di un arco da 50 libbre dovrebbero pesare almeno 25 grammi.

La flessibilità-rigidezza dell'asta della freccia, usualmente chiamato **spine**, è una variabile da tenere sotto controllo perché determina il modo con cui la freccia reagisce all'accelerazione trasmessa dall'arco. Il termine inglese "spine" esprime rigidità, ma l'**indice di spine**, con cui sono commercializzate le aste, è un numero tanto più grande quanto maggiore è la flessibilità. Questa ambiguità è causa di frequenti fraintendimenti, per cui è consigliabile dire con chiarezza «freccia rigida» e «freccia morbida» evitando la parola «spine».

Il tipo di asta da scegliere per avere una freccia adatta al proprio arco comporta un'analisi complessa che tiene conto del tipo di arco, del suo libbraggio, della lunghezza della freccia, del tipo di punta, eccetera. Per assistere i propri clienti in questa scelta, tutti i cataloghi dei fornitori riportano tabelle sufficientemente esaurienti, anche se non sono di facile lettura per un principiante.

Il valore iniziale dell'**accelerazione** – che una freccia subisce quando è scoccata – è calcolabile con questa formula:

$$(7a) \quad a = 4450 \cdot T_a / m_f$$

dove:

4450 = coefficiente di conversione delle unità di misura

$a$  = accelerazione iniziale della freccia ( $m/s^2$ )

$T_a$  = carico d'ancoraggio (lb)

$m_f$  = massa della freccia (g)

Il valore del carico da immettere per i compound è quello d'ancoraggio, nettamente inferiore a quello di picco. Ne consegue che questi archi sollecitano la freccia meno degli archi tradizionali di pari libbraggio nominale. Conoscendo la velocità con cui la freccia esce dall'arco, si può calcolare l'accelerazione media con la formula:

$$(7b) \quad a_m = \frac{1}{2} \cdot V^2 / h_a$$

dove:

$a_m$  = accelerazione media della freccia ( $m/s^2$ )

$V$  = velocità della freccia ( $m/s$ )

$h_a$  = allungo d'ancoraggio (m)

Con parametri che sono abituali per un arco ricurvo, per esempio:

45 lb = carico d'ancoraggio dell'arco

0,72 m = allungo d'ancoraggio

27 g = massa della freccia

50 m/s = velocità della freccia

possiamo calcolare che l'accelerazione media supera  $1700 \text{ m/s}^2$ , mentre lo spunto iniziale raggiunge valori che sono 750 volte l'accelerazione di gravità. Questa è la causa delle flessioni elastiche della freccia, la cui frequenza e intensità devono essere compatibili con l'arco utilizzato.

## LA DIREZIONE DELLA FRECCIA

Resta ora da analizzare l'altra variabile che determina la traiettoria, cioè la direzione che la freccia assume all'istante in cui esce dall'arco. Il problema è abbastanza semplice e limitato a poche considerazioni geometriche, tuttavia non deve essere sottovalutato perché la mancanza di conoscenza di questi particolari può rendere incomprensibili certe apparenti anomalie di regolazione del mirino e certi dati sperimentali di tiro.

La figura seguente fornisce uno schema dell'assetto dell'arco limitato agli elementi che sono necessari per mettere in relazione la **linea di mira**, cioè la retta che unisce idealmente l'occhio al bersaglio, e la **linea di tiro** rappresentata dall'asse della freccia nel momento d'essere scoccata.

L'occhio è il punto di riferimento della traiettoria per cui la **distanza del bersaglio** è misurata da **OB** mentre la **quota** o altezza del bersaglio è data da **BB<sub>0</sub>**.

Se la freccia non subisce perturbazioni nell'uscire dall'arco, la linea di tiro coincide con la linea di proiezione, che è la retta lungo la quale inizia effettivamente la traiettoria. La differenza tra l'angolo di tiro e l'angolo di mira, detta **elevazione**, costituisce la misura della correzione necessaria per compensare la curvatura della traiettoria. E' da osservare che la linea di mira e la linea di tiro hanno origini che possono scostarsi di oltre 10 centimetri e il volo della freccia rilevato dalla sua punta inizia più avanti e più in basso rispetto al riferimento di **origine** della traiettoria rappresentato dall'occhio dell'arciere.

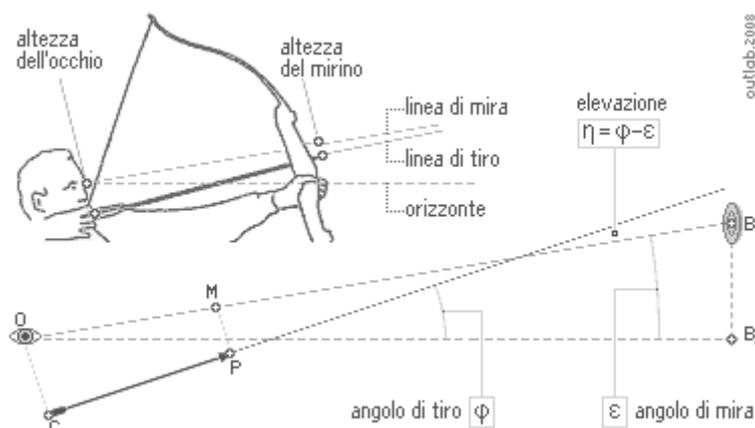


Fig.4 - Schema dell'assetto di mira

Misurando **altezza dell'occhio** e **altezza di mirino**, cioè le distanze che l'occhio dell'arciere e il punto di mira hanno rispetto all'asse della freccia, e conoscendo la lunghezza della freccia, approssimativamente uguale alla distanza tra la cocca e il mirino, si può definire l'angolo d'elevazione con la seguente formula:

$$(9) \quad \eta = \arctan[(H_c - H_m) / L_f]$$

dove:

$\eta$  = elevazione ( $^{\circ}$ )

$H_c$  = altezza dell'occhio (m)

$H_m$  = altezza di mirino (m)

$L_f$  = lunghezza della freccia (m)

Ciò significa che una minore elevazione rende più lungo il tratto di traiettoria che la freccia segue mantenendosi al di sotto della linea di mira. Uno studio accurato delle traiettorie che tenga conto di questo fatto, può spiegare l'assetto che deve avere il mirino in rapporto all'altezza dell'occhio determinata dall'ancoraggio praticato dall'arciere. In particolare, spiega come mai i punti di mira multipli di un mirino da caccia hanno spesso una progressione diversa da quanto ci si aspetterebbe.

Tutto ciò vale solo se l'arco è perfettamente regolato. Un'errata posizione del punto d'incocco, o del portafreccia, comporta inevitabilmente che la freccia esca dall'arco scodando. In questo caso l'impennaggio provvede a stabilizzare rapidamente l'assetto della freccia, ma ciò avviene quando questa si è ormai scostata dalla linea di tiro. In tal caso la linea di proiezione risulta parallela ma spostata più in basso o più in alto, più a destra o più a sinistra. Lo scostamento è proporzionale all'errore commesso e può essere superiore a 10 cm, sconvolgendo tutte le aspettative ricavate dai nostri calcoli.

Si può quindi concludere affermando che le conoscenze teoriche riguardanti la balistica dell'arco aiutano a capire i problemi connessi alla sua messa a punto e azionamento, ma possono costituire un vantaggio in termini agonistici solo se sono sostenute da una approfondita esperienza pratica.



---

Vedere altri documenti da: [www.outlab.it](http://www.outlab.it)