

La dinamica dell'arco e delle frecce

"The dynamics of Bow and Arrow", *Journal of Applied Physics*, Vol 8, June 1937

Traduzione italiana di M.A. Ostidich, OUTLAB © 2010

*Una serie di articoli dell'Autore, che trattano del carico statico e delle sollecitazioni presenti in un arco teso, sono stati pubblicati in Ye Sylvan Archer*¹. Quegli articoli hanno mostrato l'effetto delle modalità di flessione dell'arco sottoposto a differenti carichi e sollecitazioni. Alcune singolari e rilevanti informazioni, ottenute con quegli studi, hanno materialmente cambiato la progettazione degli archi moderni. Molto tempo è stato speso dall'Autore nello studio, con metodo sperimentale, del comportamento dell'arco quando la freccia è scoccata. Alcuni risultati di quelle ricerche sono state pubblicate nella rivista già menzionata e sul numero di ottobre 1929 del The Journal of the Franklin Institute. L'Autore ha anche effettuato filmati ad alta velocità – fino a tremila fotogrammi al secondo – allo scopo di mettere fine alle controversie che riguardavano il "paradosso dell'arciere", fornendo così un eccellente strumento di studio dei movimenti della freccia e dell'arco. Questi metodi sperimentali, affinché siano interessanti ed innovativi, sono anche inevitabilmente lenti e costosi. Un metodo analitico è stato quindi sviluppato per determinare le forze dinamiche, le velocità e le accelerazioni della freccia e dei bracci dell'arco. Questo metodo è stato utile per migliorare la progettazione e la fabbricazione degli archi. Il metodo è brevemente descritto in queste pagine.

ANALISI STATICA

Poiché l'indagine dinamica dipende dalle condizioni statiche, occorre iniziare da alcune equazioni statiche. Supponiamo che l'arco sia fatto da una corta porzione rigida posta tra due bracci che, per tutte le condizioni di trazione, abbiano la curvatura di un arco di cerchio. Questa ipotesi è ragionevole perché praticamente tutti i costruttori di archi fanno in modo che i bracci si pieghino con questa forma.² Negli articoli precedentemente citati, è stato dimostrato che un'asta semplice, con questa curvatura, è sollecitata uniformemente in tutte le sue sezioni. E' ovvio credere che per la maggior parte degli archi sia preferibile ottenere questo modo di flettersi. Se per un certo tipo di arco si preferisce un'altra curvatura, il metodo qui proposto può essere adattato a quel caso particolare.

Con riferimento alla Figura 1 definiamo le seguenti variabili:

- **B** metà della lunghezza dell'arco
- **L** metà della lunghezza della impugnatura
- **B₁ = B – L** lunghezza della porzione attiva di ciascun braccio
- **S** metà della lunghezza della corda
- **H** distanza tra l'impugnatura e la retta passante dai corni³
- **D = H + P** misura progressiva dell'allungo
- **Y** metà della distanza tra i corni
- **α** angolo che dà la misura della flessione del braccio

Collocando il punto **Q** alla distanza di $\frac{3}{4} B_1$ dal corno, definiamo inoltre:

- **ε** angolo racchiuso tra la corda e la retta che unisce i due corni
- **f** forza del braccio misurata all'estremità, in direzione tangente al suo percorso
- **T** tensione statica della corda
- **F** carico statico di trazione dell'arco
- **N** percorso fatto dal corno durante la trazione dell'arco
- **Y₁** porzione di **Y** per cui **Y₁ = Y – $\frac{1}{4} B_1 – L$**

¹ Da novembre 1930 ad agosto 1932 (pubblicato ad Albany, Oregon).

² L'Autore si riferisce ai longbow che erano lo standard degli archi prodotti in USA. [OUTLAB]

³ Con il vocabolo "corno" è indicata l'estremità dei bracci. [OUTLAB]

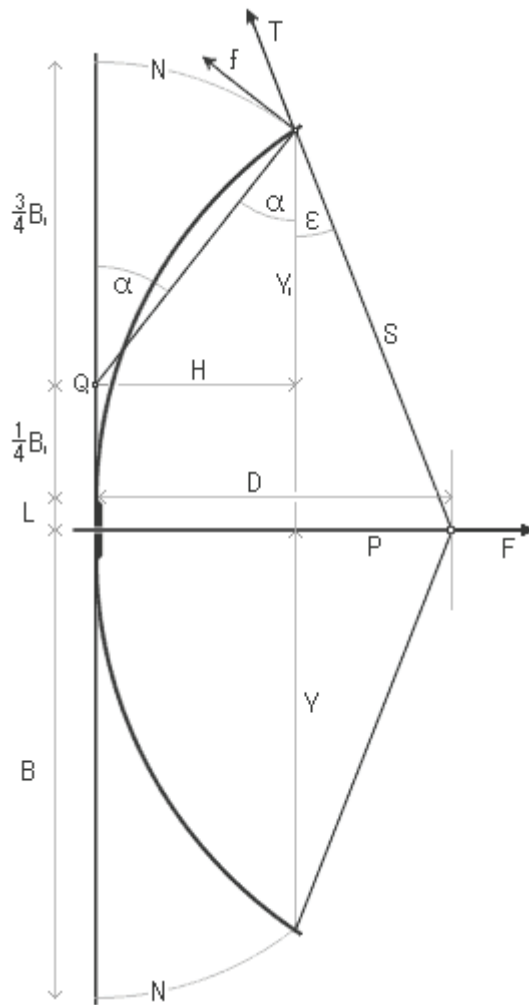


Figura 1

Si può dimostrare che il percorso fatto dal corno è parte di un cardiode. Questa porzione di cardiode è sufficientemente simile ad un arco di cerchio che abbia raggio $\frac{3}{4} B_1$ e il centro posto in **Q**. Poiché le equazioni che seguono si basano sul presupposto che i corni si muovano su questo arco di cerchio, è necessario investigare sull'accuratezza di questa ipotesi.

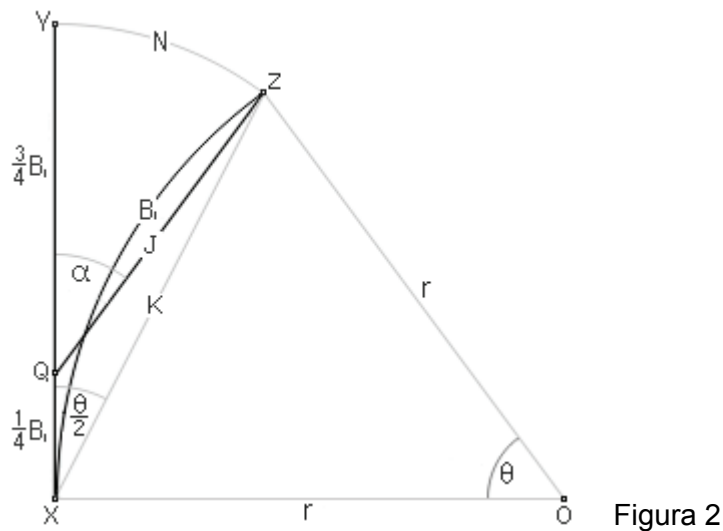


Figura 2

Poiché il braccio flette su un arco di cerchio, nella Figura 2 si può osservare che B_1 rappresenta sia la porzione attiva del braccio a riposo \underline{XY} , sia lo sviluppo della curva \underline{XZ} che

ha raggio r ed è racchiusa dall'angolo θ . Poiché, misurando l'angolo in radianti, valgono queste equivalenze

$$K = 2r \cdot \text{sen}(\frac{1}{2}\theta)$$

$$r = B_1 / \theta$$

la lunghezza della corda può essere così espressa

$$K = (2B_1 / \theta) \cdot \text{sen}(\frac{1}{2}\theta)$$

Il punto Q è quindi collocato in modo che

$$QY = \frac{3}{4} B_1 \text{ e } QX = \frac{1}{4} B_1$$

mentre $XY = B_1$ rappresenta la lunghezza e la posizione della porzione attiva del braccio prima che venga flesso. Poiché il triangolo OXZ è isoscele è l'angolo YXO è retto, ne consegue che l'angolo YXZ sia uguale a $\frac{1}{2}\theta$.

Indicando con J la distanza QZ si può scrivere

$$J = [B_1^2 / 16 - (K \cdot B_1 / 2) \cdot \text{cos}(\frac{1}{2}\theta) + K^2]^{1/2}$$

Sostituendo K con il valore sopra definito, e facendo buon uso delle consuete relazioni trigonometriche si può dimostrare ⁴ che

$$J / B_1 = [1/16 - \frac{1}{2} \text{sen } \theta / \theta + (2 \text{sen}(\frac{1}{2}\theta) / \theta)^2]^{1/2}$$

L'angolo θ di un arco teso non supera mai il valore di un radiante (cioè: $57,3^\circ$). In questo ambito la formula dà un risultato che può essere considerato costante con un margine dell'uno per mille ⁵

$$J / B_1 = 0,750$$

$$QZ = J = \frac{3}{4} B_1$$

Facendo ancora riferimento alla Figura 1, si può rilevare che la forza f è proporzionale allo spostamento N essendo proporzionale all'angolo α a cui corrisponde l'arco N . Supponiamo che questa proporzionalità sia espressa da

$$f = C \cdot \alpha$$

dove C è una costante che dipende dalle dimensioni e dal materiale dell'arco.

Con il pedice $_0$ è indicato il valore che una qualunque variabile assume quando l'arco è incordato senza essere teso. Possiamo così ottenere le seguenti relazioni trigonometriche ed algebriche:

$$Y_1 = (\frac{3}{4} B_1) \cdot \text{cos } \alpha$$

$$Y = Y_1 + \frac{1}{4} B_1 + L$$

$$S = \text{mezza lunghezza della corda} = Y_0 = (\frac{3}{4} B_1) \cdot \text{cos } \alpha_0 + \frac{1}{4} B_1 + L$$

$$H = (\frac{3}{4} B_1) \cdot \text{sen } \alpha$$

$$H_0 = \text{altezza della corda} = (\frac{3}{4} B_1) \cdot \text{sen } \alpha_0$$

$$\varepsilon = \arccos(Y/S)$$

$$P = S \cdot \text{sen } \varepsilon = [S^2 - Y^2]^{1/2}$$

$$D = H + P$$

$$T = f / \text{sen}(\alpha + \varepsilon) = C \cdot \alpha / \text{sen}(\alpha + \varepsilon)$$

$$T_0 = f / \text{sen } \alpha_0 = C \cdot \alpha_0 / \text{sen } \alpha_0$$

$$F = 2T \cdot \text{sen } \varepsilon = (2\alpha \cdot C \cdot \text{sen } \varepsilon) / \text{sen}(\alpha + \varepsilon)$$

$$N = \frac{3}{4} B_1 \cdot \alpha$$

$$N_0 = \frac{3}{4} B_1 \cdot \alpha_0$$

⁴ Queste sono le sostituzioni da fare: $K = 2 \cdot r \cdot \text{sen}(\frac{1}{2}\theta)$; $2 \cdot \text{sen}(\frac{1}{2}\theta) \cdot \text{cos}(\frac{1}{2}\theta) = \text{sen}\theta$. [OUTLAB]

⁵ Per $\theta=0,01$ è $R/B=0,7500$; per $\theta=0,50$ è $R/B=0,7499$; per $\theta=1,00$ è $R/B=0,7492$. [OUTLAB]

ANALISI DINAMICA

Indichiamo con x la distanza percorsa in t secondi, intendendo che sia misurata da

$$x = D' - D$$

dove D' è il valore dell'allungo con il quale la freccia è scoccata.⁶

La velocità istantanea V della freccia è quindi espressa dalle derivate

$$dx/dt = d(D'-D)/dt = - dD/dt = V$$

Analogamente, la velocità v del corno è

$$- dN/dt = v$$

mentre

$$dD/dN = (dD/dt) / (dN/dt) = V / v = R$$

dove R è il rapporto tra le due velocità. Inoltre

$$dD/dN = (dD/d\alpha) \cdot (d\alpha/dN)$$

Introducendo i valori correlati a $D = H + P$ e differenziando⁷, si ottiene

$$dD/d\alpha = (\frac{3}{4} B_1) \cdot \cos \alpha + (\frac{3}{4} B_1 \cdot Y / P) \cdot \sin \alpha$$

$$\alpha = N / (\frac{3}{4} B_1)$$

$$d\alpha/dN = [\frac{3}{4} B_1]^{-1}$$

$$dD/dN = V / v = R = \cos \alpha + (Y / P) \cdot \sin \alpha$$

Introduciamo ora queste variabili:

- M massa della freccia
- $m/2$ massa di ciascuno dei bracci (ipotizzando di collocarla nei corni)
- W energia potenziale espressa dall'insieme dei due bracci

Poiché N è lo spostamento del corno

$$W' - W = C \cdot (\alpha' \cdot N' - \alpha \cdot N)$$

Trascurando la dissipazione in calore e rumore, l'energia cinetica ottenibile è uguale alla perdita di energia potenziale. Quindi valgono le seguenti equazioni:

$$\frac{1}{2} M \cdot V^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2 = C \cdot (\alpha' \cdot N' - \alpha \cdot N)$$

$$V = R \cdot v$$

$$v = [2C \cdot (\alpha' \cdot N' - \alpha \cdot N) / (M \cdot R^2 + m)]^{1/2}$$

$$N = \frac{3}{4} B_1 \cdot \alpha$$

$$v = [3B_1 \cdot C (\alpha'^2 - \alpha^2) / 2 (M \cdot R^2 + m)]^{1/2}$$

$$V = R \cdot v = R \cdot (3B_1 \cdot C) \cdot [\alpha'^2 - \alpha^2] / 2 [M \cdot R^2 + m]^{1/2}$$

Introduciamo anche queste variabili:⁸

- a uguale alla accelerazione di corni
- A uguale alla accelerazione della freccia

Possiamo così definire la seguente equazione:

$$a = dv/dt = (dv/d\alpha) \cdot (d\alpha/dt) = (dv/d\alpha) \cdot (d\alpha/dN) \cdot (dN/dt)$$

Ma

$$d\alpha/dN = 4 / (3B_1)$$

$$dN/dt = - v$$

⁶ L'apice ' è qui usato per indicare il valore che una qualunque variabile assume quando l'arco ha raggiunto l'allungo con cui la freccia è scoccata. [OUTLAB]

⁷ Per esprimere dD/dA mediante variabili che non dipendano da A si dovrebbe prendere avvio da: $D=H+P=\frac{3}{4}B \cdot \sin A + [S^2 + (\frac{3}{4}B \cdot \cos A + \frac{1}{4}B + L)^2]^{1/2}$ [OUTLAB]

⁸ Le lettere in corsivo sono usate per indicare i valori dinamici delle variabili.

Quindi

$$a = - (4v / (3B_1)) \cdot (dv / d\alpha)$$

e poi, differenziando

$$a = 2C \cdot \alpha / (M \cdot R^2 + m) - 2M \cdot R \cdot C \cdot (\alpha'^2 - \alpha^2) \cdot Z / (M \cdot R^2 + m)^2$$

dove

$$Z = \text{sen } \alpha - (Y / P) \cdot \text{cos } \alpha + (3B_1 \cdot S^2 / 4P^3) \text{sen}^2 \alpha$$

$$A = dV/dt = d(R \cdot v)/dt = v \cdot dR/dt + R \cdot dv/dt$$

$$dR/dt = (dR/d\alpha) \cdot (d\alpha/dt) = (dR/d\alpha) \cdot (d\alpha/dN) \cdot (dN/dt) = - (4v / 3B_1) \cdot dR/dt$$

Quindi

$$A = 2C \cdot \alpha \cdot R / (M \cdot R^2 + m) + 2m \cdot C \cdot (\alpha'^2 - \alpha^2) \cdot Z / (M \cdot R^2 + m)^2$$

La forza dinamica f sui corni e la forza dinamica F sulla freccia sono:

$$f = m \cdot a / 2$$

$$F = M A$$

La tensione dinamica della corda è:

$$T = F / 2 \text{sen } \varepsilon = S \cdot F / 2P = S \cdot M \cdot A / 2P = (f - f) / \text{sen } (\alpha + \varepsilon)$$

Se l'angolo α è espresso in radianti (rad), le masse in chilogrammi (kg), le lunghezze in metri (m) e le forze in newton (N), la velocità e l'accelerazione saranno ottenute in metri al secondo (m/s) e in metri al secondo quadrato (m/s²).⁹

Per mostrare come possono essere usate, le formule precedenti sono state applicate ad un arco diritto, lungo un metro e ottantadue ($Y_0=0,91$ m), che ha una porzione rigida centrale lunga venti centimetri ($L=0,10$ m), un'altezza della corda di quindici centimetri ($H_0=0,15$ m) ed un allungo d'ancoraggio di settanta centimetri ($D=0,70$ m).

Poiché la parte attiva di ciascun braccio è $B_1 = Y_0 - L$

$$B_1 = 0,81 \text{ m}$$

possiamo calcolare e l'angolo di flessione iniziale dalla equazione $H_0 = (\frac{3}{4} B_1) \cdot \text{sen} \alpha_0$

$$\alpha_0 = 0,25 \text{ rad } (14^\circ)$$

e quindi la semi-lunghezza della corda con l'equazione $S = (\frac{3}{4} B_1) \cdot \text{cos } \alpha_0 + \frac{1}{4} B_1 + L$

$$S = 0,90 \text{ m}$$

Supponiamo che il braccio abbia lo spessore costante di quindici millimetri ($g = 0,015$ m) e che la sua larghezza sia alla radice trentotto millimetri ($u=0,038$ m) e poi uniformemente rastremata, per cui $u_b = u \cdot b / B_1$ (indicando con b la distanza dal corno). Un arco come questo è stato esaminato nel numero di gennaio 1932 della rivista *Ye Sylvan Archer*. Tutte le sezioni di quell'arco risultavano egualmente sollecitate e i bracci flettevano seguendo esattamente il profilo di un cerchio.

Si può dimostrare che l'energia cinetica di un braccio di quel tipo sia ¹⁰

$$W_1 = g \cdot u \cdot d \cdot B_1 \cdot V^2 / 60$$

dove d è la densità (kg/m³) del legno con cui sono fatti i bracci e V è la velocità del corno mentre attraversa la sua posizione neutra.

Se un braccio avesse la stessa energia cinetica e tutta la sua massa $m/2$ fosse concentrata nel corno, quell'energia potrebbe essere così calcolata

$$mV^2 / 4 = g \cdot u \cdot d \cdot B_1 \cdot V^2 / 60 \quad \text{da cui} \quad m = g \cdot u \cdot d \cdot B_1 / 15$$

⁹ A questo punto il testo originale di Hickman introduce l'uso delle unità di misura anglosassoni (esprimendo gli angoli in gradi, le lunghezze in pollici, le forze in libbre e le masse in grani) e riscrive buona parte delle equazioni precedenti, aggiungendo le costanti di conversione che complicano i calcoli di chi usa quelle vecchie unità di misura. [OUTLAB]

¹⁰ L'Autore non fornisce qui gli elementi per derivare questa formula. Possiamo solo prendere atto che la formula è coerente con i calcoli successivi. [OUTLAB]

Per il legno di tasso la densità d è 690 kg/m^3 e quindi m è $0,022 \text{ kg}$

Se la massa della freccia è $22,7 \text{ grammi}$ e il peso della corda è $6,8 \text{ grammi}$, la massa della freccia M , da usare nei calcoli, deve essere $0,025 \text{ kg}$, perché le sperimentazioni precedentemente pubblicate hanno dimostrato che approssimativamente un terzo della massa della corda debba essere addizionata alla massa della freccia per valutare correttamente le inerzie in gioco.

E' ora necessario determinare il valore della costante C .

Nel numero di gennaio 1932 della rivista *Ye Sylvan Archer*, era stato dimostrato che la flessione dal corno di questo tipo di arco è ¹¹

$$N = 6 \cdot f \cdot B_1^3 / (u \cdot g^3 E)$$

dove il modulo elastico E che per il legno di tasso è $10'070 \text{ MPa}$

Introducendo le sostituzioni $N = \frac{3}{4} B_1 \cdot \alpha$ e $f = C \cdot \alpha$ si ottiene:

$$\frac{3}{4} B_1 \cdot \alpha = 6 \cdot C \cdot \alpha \cdot B_1^3 / (u \cdot g^3 E)$$

da cui

$$C = u \cdot g^3 \cdot E / (8 B_1^2) \quad \text{e quindi} \quad C = 255 \text{ N/rad}$$

APPLICAZIONI

Le formule sviluppate in questo documento sono state quindi applicate e con i risultati sono stati tracciati alcuni diagrammi

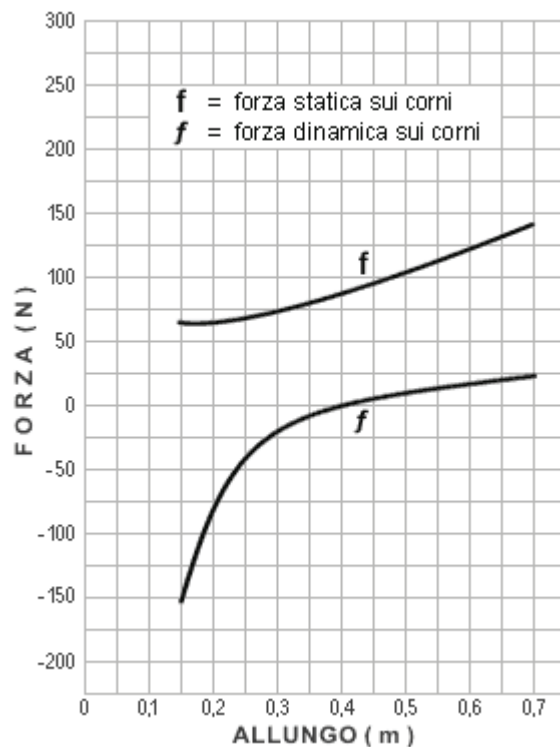


Figura 3

La Figura 3 mostra le forze statiche e dinamiche che agiscono all'estremità dei bracci in funzione dell'allungo. La curva statica indicata con f rappresenta la forza, tangente alla curva percorsa dai corni, al variare dell'allungo. Quando la freccia è scoccata, la maggior parte dell'energia potenziale è consumata per accelerare la freccia. I circa venti newton iniziali indicati dalla curva marcata con f sono quanto resta per accelerare i bracci. Questa forza dinamica diminuisce man mano che la corda avanza. Si azzerava a metà del percorso e diventa poi negativa. Questo significa che la forza statica che fa muovere i bracci è meno

¹¹ Anche per questa formula l'Autore rimanda ad altre sue pubblicazioni. Tuttavia, nei termini qui trascritti, si possono trovare conferme in un normale testo di meccanica. [OUTLAB]

grande della forza ritardante generata dalla tensione della corda. Questa differenza ha origine dalla energia cinetica che è stata acquisita dai bracci. La forza che tende a fermare i bracci è ora utilizzata per accelerare la freccia..

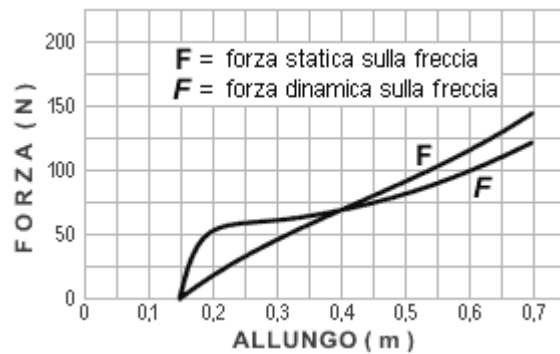


Figura 4

La Figura 4 mostra la forza statica e la forza dinamica che agiscono sulla freccia. Qui vediamo che nel momento del rilascio, la forza dinamica F sulla freccia è inferiore a quella statica che era presente sulle dita dell'arciere. Questo è dovuto al fatto che una parte di quella forza è richiesta per mettere in moto i bracci. Quando poi la freccia avanza, la forza statica F decresce rapidamente, mentre quella dinamica si mantiene più costante. Questo è dovuto al fatto che l'energia cinetica acquisita dai bracci viene poi restituita alla freccia, dando così una spiegazione al motivo per cui l'utilizzo di bracci più pesanti riduce la velocità della freccia solo marginalmente. Tuttavia, questo aumento della forza dinamica, dovuto all'energia cinetica dei bracci, può non essere desiderabile per quanto riguarda la precisione di tiro.

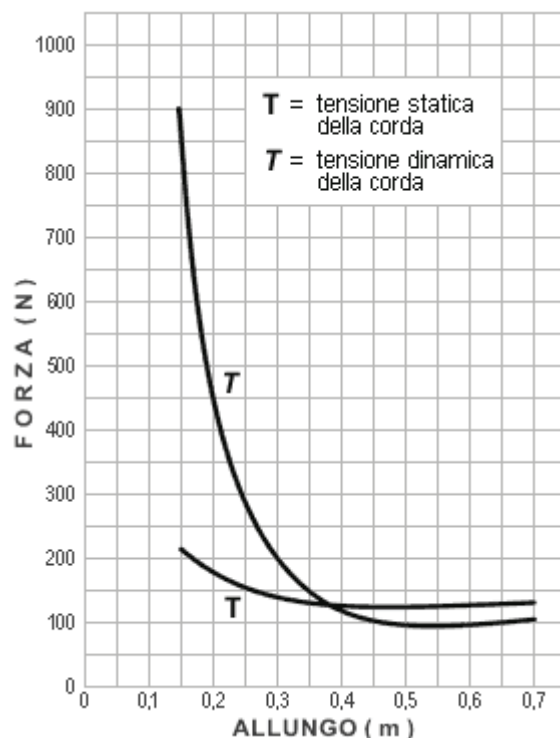


Figura 5

La Figura 5 mostra come varia la tensione statica T che agisce sulla corda.¹² Qui vediamo anche che la forza dinamica T diminuisce leggermente quando la freccia inizia ad avanzare, ma poi aumenta rapidamente. Se la corda non avesse un minimo di elasticità, verrebbe sicuramente strappata da questo improvvisa sollecitazione.

¹² Anche la tensione statica della coda è massima ad arco scarico. [OUTLAB]

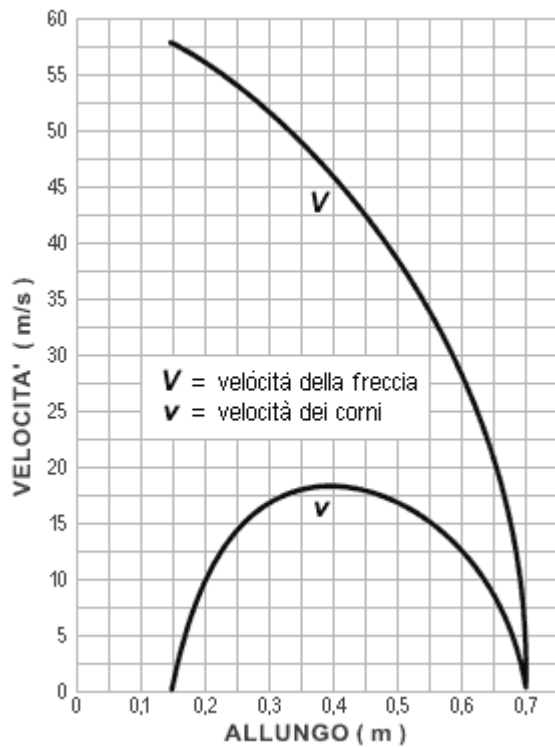


Figura 6

La Figura 6 mette a confronto la velocità della freccia con la velocità dei corni, in rapporto all'avanzamento della freccia. Vediamo che la velocità dei corni raggiunge il massimo poco oltre alla metà della corsa. Poi rallenta sempre più rapidamente fino ad azzerarsi quando la freccia lascia la corda. Tuttavia, a causa della elasticità della corda, questo azzeramento della velocità è raggiunto poco oltre il punto teorico indicato dal diagramma.

Di conseguenza, anche i corni finiscono in realtà la loro corsa oscillando sul punto d'arresto. Una corda più pesante accentua l'andamento del diagramma. La velocità della freccia aumenta durante tutta la corsa. Tuttavia, per frecce leggere e bracci pesanti, il livello dell'incremento può essere minore nella parte iniziale e aumentare maggiormente verso la fine.

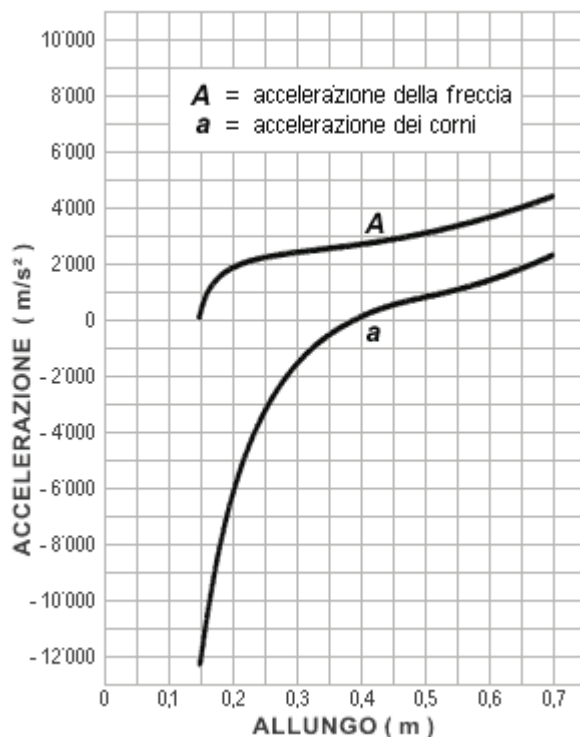


Figura 7

La Figura 7 mette a confronto l'accelerazione della freccia e l'accelerazione dei corni, in funzione dell'allungo. L'accelerazione dei corni si riduce progressivamente fino a raggiungere lo zero poco oltre la metà della corsa. Poi l'accelerazione diventa negativa. Questo significa che la velocità dei corni si sta riducendo. L'accelerazione della freccia si riduce all'inizio della corsa, poi il rallentamento si smorza. Con frecce molto leggere, l'accelerazione può anche aumentare nuovamente. Se l'arco è più corto, ha bracci più pesanti e ha una minore altezza della corda, questo effetto è ancora più pronunciato. La ragione per cui ci sono così tanti arcieri che rifiutano queste opportunità è per il fatto che danno priorità alla precisione di tiro. Infatti, in un arco con assetto stabile, questo effetto è ridotto. Frecce più pesanti permettono anche di evitare che l'accelerazione aumenti verso la fine della corsa. Un arco con le estremità dei bracci "whip-ended" ¹³ può ridurre l'accelerazione verso la fine della corsa. Questo spiega perché gli archi di questo tipo non hanno spinta.

I calcoli, che qui sono stati presentati, si riferiscono ad archi che hanno un'efficienza molto elevata. Se la corda è presa in considerazione come è stato fatto, gli archi possono essere costruiti con una efficienza superiore al 90%. Un arco in legno di "osage", come quello descritto, fu costruito da Dr. P.E. Klopsteg rilevando, dopo aver scelto la corda giusta, un rendimento del 93%.¹⁴ La maggior parte degli archi hanno efficienze minori. Se il legno dell'arco è buono, e non ha punti sollecitati oltre il limite elastico, l'efficienza può essere ridotta solo dal fatto che l'energia cinetica dei bracci non viene adeguatamente trasferita alla freccia. La dispersione nel legno o nella resistenza dell'aria è trascurabile. Se, facendo i rilievi, la velocità della freccia è misurata per una posizione di cinque centimetri oltre l'altezza della corda, il valore ottenuto sarà comparabile con quello calcolato. Se questo non avviene: l'energia cinetica dei bracci non è stata tutta convertita nella velocità della freccia, almeno nella misura che era stata prevista dai calcoli



L'Autore con la macchina di tiro che ha progettato per testare le frecce. Questa macchina fu utilizzata insieme ad un cronografo per misurare la velocità e l'accelerazione. Era provvista di sgancio pneumatico.

¹³ Un «whip-ended bow» è un arco con le parti terminali dei bracci troppo flessibili. [OUTLAB]

¹⁴ Un rendimento del 93% è alquanto improbabile per un longbow. Sarebbe utile sapere come è stata determinata la misura. [OUTLAB]

Commenti

A questo testo – ampiamente citato nelle bibliografie dell'Arcieria – è attribuito il merito d'aver dato dignità accademica allo studio della "fisica dell'arco". La reputazione è meritata per la novità e il rigore delle argomentazioni che vi sono contenute, ma molto ha contribuito il credito personale del suo Autore, che dal 1938 al 1961 è stato "rettore" del TWAC, il centro arcieristico statunitense, gestito con criteri da campus universitario.

Clarence C. Hickman, nato da una famiglia di agricoltori dell'Indiana, è stato un uomo dotato di grande capacità di ricerca teorica e sperimentazione strumentale, doti che lo hanno portato ad essere protagonista in disparati campi della tecnologia, dalle attrezzature fotografiche agli strumenti musicali, dalla registrazione sonora alla missilistica militare. All'epoca in cui il testo è stato pubblicato, Hickman abitava a New York e lavorava nei laboratori di ricerca della BELL TELEPHONE di Newark.

Il suo modello matematico, studiato per i longbow, è stato il principale riferimento per le ricerche che abbiamo svolto in OUTLAB con il proposito di proporre un modello che tenesse conto delle asimmetrie di un arco tradizionale. Quella proposta fu pubblicata dalla rivista *Arcieri* nell'aprile del 1990 e successivamente venne affiancata da altri due modelli più complessi, studiati per l'arco mongolo e per il compound a carrucole. La documentazione è reperibile in:

www.outlab.it/works/ricurvo.pdf

www.outlab.it/works/mongolo.pdf

www.outlab.it/works/compound.pdf

La traduzione del testo di Hickman, proposta in queste pagine, è stata un lavoro faticoso, per alcune lacune presenti nella pessima fotocopia che avevamo a disposizione, ma soprattutto per la necessità di tradurre, in unità di misura scientifiche, tutto l'apparato di formule e calcoli che nel testo originale sono espressi nelle vecchie unità di misura anglosassoni. In queste condizioni, il rischio di commettere errori è elevato. Riteniamo, quindi, che questa traduzione possa richiedere qualche rettifica.

La lettura del testo originale che abbiamo dovuto fare con molta attenzione, ha fatto emergere alcune osservazioni che prima avevamo trascurato.

1.) La struttura del testo è articolata su quattro parti, che potremmo chiamare: *introduzione*, *analisi statica*, *analisi dinamica*, *applicazioni*. Di queste solo la terza è esplicitamente dichiarata nel testo originale. Tutte insieme inseguono un disegno unitario, ma sono costruite con modalità sorprendentemente disomogenee.

La prima parte, che in questa traduzione è stata trascritta in corsivo, è redatta in terza persona, come se fosse un testo aggiunto dall'editore, per accreditare l'Autore, dando notizia delle sue precedenti pubblicazioni e del suo modo di fare ricerca.

La seconda parte – fatta di costruzioni geometriche e calcoli di trigonometria – è il vero punto di forza del documento: un modello matematico in grado di dare coerenza e spiegazione logica alle misurazioni statiche, ottenibili rilevando sperimentalmente le curve di carico con un dinamometro.

La terza parte – fatta quasi soltanto di equazioni differenziali – vuole dimostrare come il modello possa dare un'interpretazione coerente anche alle misurazioni dinamiche, ottenibili cronografando i tempi e le velocità quando la freccia esce dall'arco.

La quarta parte, infine, vorrebbe concludere mettendo in evidenza come queste ricerche teoriche, che possono sembrare astratte, siano in realtà in grado di dare direttive concrete per razionalizzare la progettazione di un arco e migliorarne le prestazioni.

2.) La percezione di disomogeneità è evidente soprattutto passando dall'analisi statica a quella dinamica, quando il tono delle argomentazioni si fa meno accademico e le formule già definite sono modificate per utilizzare unità di misura empiriche. Con questo passaggio accade anche che alcuni simboli già introdotti siano irragionevolmente utilizzati per indicare nuovi parametri diversi. Per esempio il simbolo **A** usato per indicare l'accelerazione della

freccia, mentre prima era inteso come misura della flessione del braccio; oppure **W** usato per indicare la larghezza del braccio, mentre prima era inteso come misura dell'energia accumulata. Queste incongruenze non sono presenti in questa traduzione perché abbiamo provveduto ad eliminarle riorganizzando i simboli utilizzati.

Una ulteriore testimonianza di disomogeneità viene da un esame letterale del testo.

Nell'analisi statica il "corno", cioè l'estremità del flettente, è sempre designato con il termine «tip», cioè "punta", mentre nell'analisi dinamica è sempre chiamato «nock», con riferimento alla tacca d'ancoraggio della corda.

Questi indizi non sono sufficienti per affermare che i due testi siano stati redatti da persone diverse, ma bastano sicuramente per sostenere che si tratti di testi elaborati in tempi diversi e poi messi insieme frettolosamente per farne una pubblicazione.

3.) La parte conclusiva, pur essendo documentata con alcuni diagrammi, si presenta come un arruffato elenco di osservazioni che sono interessanti in sé, ma non sufficientemente correlate in una chiara visione d'insieme. In modo particolare, si ha la sensazione che l'ultimo paragrafo, dedicato alla ottimizzazione dell'efficienza dell'arco, voglia essere un richiamo alla concretezza pratica, ma risulta del tutto inadeguato rispetto alla novità e al valore delle argomentazioni che l'hanno preceduto.

4.) Anche l'impaginazione del testo originale, merita qualche critica. Le figure sono perlopiù inserite in posizioni lontane dai paragrafi che le riguardano. Le prime due figure, dedicate al modello, non riportano tutti i riferimenti introdotti dal testo. Le formule sono scritte con criteri che in alcuni casi generano difficoltà di interpretazione. Questa traduzione è stata quindi condotta con il proposito di porre rimedio a quelle incongruenze, rifacendo i disegni e offrendo criteri di lettura che siano più coerenti con quelli in uso nei testi scientifici dei nostri tempi. Infine, per aiutare il lettore a districarsi tra i numerosi simboli implicati dal testo, è stato qui avanti inserito un prontuario esplicativo.

5.) Per la dimostrazione di due formule di questo testo – evidenziate dalle note 10 e 11 – l'Autore rimanda ad altre sue pubblicazioni. Gli elementi per la loro conferma possono essere trovati anche altrove, per esempio nel *Manuale dell'ingegnere* della Hoepli, o nel *Corso di meccanica* di C. Pidotella, nella sezioni che trattano la progettazione delle molle "triangolari" dotate di resistenza uniforme.

M.& R. Ostidich, 5 gennaio 2011



La formula $Z = \text{sen } \alpha - (Y/P) \cdot \text{cos } \alpha + (3B_1 \cdot S^2 / 4P^3) \text{sen}^2 \alpha$ di pag.5 è stata rettificata su segnalazione di M. Lenzi. (giugno 2013)

Il testo originale in lingua inglese è presente in:

www.outlab.it/doc/hickman.pdf

Altri testi sullo stesso argomento possono essere trovati in:

www.outlab.it/document.htm

Prontuario dei simboli

A	accelerazione della freccia
a	accelerazione dei bracci
B	metà della lunghezza dell'arco
B₁	lunghezza della porzione attiva di ciascun braccio
b	misura di quanto una sezione del braccio sia distante dal corno
C	coefficiente di proporzionalità tra forza f del braccio e angolo α
d	notazione matematica per il calcolo differenziale
D'	allungo col quale la freccia è scoccata
D	misura progressiva dell'allungo
E	modulo d'elasticità dei materiali
f	forza statica del corno nella direzione tangente al suo percorso
F	carico statico di trazione dell'arco
g	spessore del braccio supposto che sia costante
H	distanza tra l'impugnatura e la retta passante dai corni
J	lunghezza del braccio virtuale uguale a tre quarti di quello reale
K	distanza retta tra la radice e il corno del braccio
L	metà della lunghezza della impugnatura
m	massa dell'insieme dei due bracci dell'arco
M	massa della freccia
M_t	massa della freccia più 1/3 della massa della corda
N	percorso fatto dal corno durante la trazione dell'arco
O	centro della curvatura del flettente
P	distanza tra il punto d'incocco e la retta passante dai corni
Q	centro di rotazione del corno
r	raggio di curvatura del braccio
R	rapporto tra velocità della freccia e velocità del corno
S	metà della lunghezza della corda
t	tempo
T	tensione statica della corda
u_b	larghezza di una sezione del braccio alla distanza b dal corno
u	larghezza del braccio misurata alla radice
v	velocità del corno
V	velocità della freccia
W	energia potenziale espressa dall'insieme dei due bracci
W₁	energia potenziale espressa da un braccio
x	variabile generica
X	punto d'inizio del braccio reale
Y	metà della distanza tra i corni
Y₁	porzione di Y misurata fino alla perpendicolare che passa da Q
Z	punto estremo del braccio reale
α	angolo che dà la misura della flessione del braccio
ε	angolo racchiuso tra la corda e la retta che unisce i due corni
θ	angolo che racchiude la curvatura del braccio

Con il pedice **0** è indicato il valore assunto quando l'arco è incordato senza essere teso.

Con l'apice **'** è indicato il valore assunto e quando l'arco ha raggiunto l'allungo d'ancoraggio.

Le lettere in corsivo sono usate per indicare i valori dinamici delle variabili.